CONCURSUL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
“ADOLF HAIMOVICI”

Etapa locală- Iaşi, 17 ianuarie 2020
CLASA a IX-a H 2

1. Se consideră mulţimile: $A=\{a_n / a_n = 5n-3; n\in\mathbb{N}^*, n\le 4\}$**,** $B=\{x / x\in\mathbb{Z}, |3x-2|=34\}$ **şi** $C=\left\{x / x\in\mathbb{Z}, x=\dfrac{22a+12}{2a+1}, a\in\mathbb{Z}\right\}$**.**

Să se determine numărul de elemente al mulţimii $A\cap B\cap C$**.**

2. a) Un călător are de parcurs un traseu lung de 1225 km. În prima zi el parcurge 1km, a doua zi 2km, ... , iar în a *n*-a zi parcurge *n* km. După câte zile parcurge tot traseul?

b) Într-un depozit sunt 15 cutii, numerotate de la 1 la 15, conţinând acelaşi număr de cărţi fiecare. Se primeşte un nou pachet de cărţi. Ca să încapă în depozit şi acestea, s-a hotărât să se împartă cărţile după regula: cutia cu numărul n primeşte n cărţi. După distribuirea acestui pachet, în depozit sunt 270 cărţi. Câte cărţi au fost la început în fiecare cutie?

3. Se consideră numerele $a=\sqrt{3}-1$, $b=\sqrt{3}+1$.

a) Arătaţi că numărul $A=\sqrt{3}\cdot\left(\dfrac{1}{a}-\dfrac{1}{b}\right)\cdot\left(\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}\right)$ este număr întreg.

b) Determinaţi cel mai mic număr întreg m pentru care $|2m-1|<4$.

c) Demonstraţi inegalitatea $\left(a+\dfrac{1}{b}\right)\cdot\left(b+\dfrac{1}{a}\right)\ge 4,\ \textit{pentru orice } a,b\in(0;\infty)$.

4. Se consideră paralelogramul $ABCD$ şi punctele M, N, P mijloacele segmentelor $[AB],[BC]$, respectiv $[AC]$.

a) Construiţi punctul E astfel încât $\overrightarrow{AB}=4\overrightarrow{AE}$

b) Determinaţi numerele reale a şi b pentru care $\overrightarrow{CE}=a\overrightarrow{AB}+b\overrightarrow{AD}$

c) Arătaţi că $\overrightarrow{AN}+\overrightarrow{BP}+\overrightarrow{CM}=\vec{0}$

Notă:
Toate subiectele sunt obligatorii. Fiecare problemă se punctează cu 7 puncte. Nu se acordă puncte din oficiu. Timpul de lucru este de 3 ore.